

## Planche n° 6. Systèmes d'équations linéaires

\* très facile \*\* facile \*\*\* difficulté moyenne \*\*\*\* difficile

I : Incontournable T : pour travailler et mémoriser le cours

### Exercice n° 1 : (\*\*T)

Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  les systèmes suivants :

$$\begin{array}{l} 1) \begin{cases} 2x + 3y - z = 1 \\ 4x + y + 2z = 6 \\ x - 3y + z = 2 \end{cases} \\ 4) \begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + y = 0 \\ 3x + 4y = -1 \end{cases} \end{array} \quad (\text{dans } \mathbb{R}^3) \quad \begin{array}{l} 2) \begin{cases} 2x + y + z = 7 \\ x + 2y + z = 8 \\ x + y + 2z = 9 \\ x + y + z + t = 3 \\ x + y + z - t = 3 \\ x - y - z - t = -1 \end{cases} \\ 5) \begin{cases} x + y + z + t = 3 \\ x + y + z - t = 3 \\ x - y - z - t = -1 \end{cases} \end{array} \quad (\text{dans } \mathbb{R}^4) \quad 3) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3x - y = 1 \\ 4x + z = 4 \end{cases}$$

### Exercice n° 2 : (\*\*T)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Déterminer l'intersection des plans  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{P}'$  d'équations respectives  $x + y + 2z = 1$  et  $2x - y + z = 2$ .

### Exercice n° 3 : (\*\*)

Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  ou  $\mathbb{R}^4$  suivant le cas, en discutant en fonction du paramètre  $m$ , les systèmes suivants :

$$1) \begin{cases} 2x + 3y + z = 4 \\ -x + my + 2z = 5 \\ 7x + 3y + (m - 5)z = 7 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x + my + z = 3m \\ x - (2m + 1)y + 2z = 4 \\ 5x - y + 4z = 3m - 2 \end{cases}$$

### Exercice n° 4 : (\*\*I)

Dans le plan, on donne  $n$  points  $A_1, \dots, A_n$ . Existe-t-il  $n$  points  $M_1, \dots, M_n$  tels que  $A_1$  soit le milieu de  $[M_1, M_2]$ ,  $A_2$  soit le milieu de  $[M_2, M_3], \dots, A_{n-1}$  soit le milieu de  $[M_{n-1}, M_n]$  et  $A_n$  soit le milieu de  $[M_n, M_1]$ .

### n° 5 : (\*\*T)

- 1) Déterminer tous les polynômes  $P$  de degré 2 tels que  $P(1) = 1$ ,  $P'(1) = 1$  et  $P(-1) = 0$ .
- 2) Déterminer tous les polynômes  $P$  de degré 3 tels que  $P(-1) = 1$ ,  $P(1) = 0$  et  $P(2) = 1$ .